

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

Etapa locală-21februarie 2016

Filiera teoretică: profilul științele naturii

Clasa XII-barem de corectare

1. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție: “ \star ” definită prin: $x \star y = xy - 7x - 7y + 56$

a) Rezolvați ecuația: $7^x \star 49^x = 7$

b) să se găsească două elemente $a, b \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$, cu proprietatea: $a \star b \in \mathbb{N}$

c) calculați: $1 \star 2 \star 3 \star \dots \star 2016$.

Soluție: a) $x \star y = (x - 7)(y - 7) + 7$1p

$(7^x - 7)(49^x - 7) + 7 = 7 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$2p

b) $a = 8 + \sqrt{7}; b = 8 - \sqrt{7} \Rightarrow a \star b = 1 \in \mathbb{N}$ 2p

c) $x \star 7 = 7 \star x = 7 \Rightarrow 1 \star 2 \star 3 \star \dots \star 2016 = x \star 7 \star y = 7$2p

1. Fie $H = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z}_4, a \neq 0 \right\}$.

a. câte elemente conține mulțimea H ?

b. câte elemente A din H au proprietatea că $\det A = \hat{3}$?

a poate lua 3 valori iar b poate lua 4 valori, deci 12 matrice.....3p

$a^2 - b^2 = \hat{3}$1p

$a = \hat{2}, b = \hat{1}$1p

$a = \hat{3}, b = \hat{1}$1p

2 matrice.....1p

2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + 1), & x \geq 0 \\ x^3 + 3x, & x < 0 \end{cases}$.

a) arătați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

b) Calculați o primitivă a funcției f

c) Calculați $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

Funcția este continuă pe \mathbb{R}2p

Calculul corect al primitivei3p

Calculul integralei.....2p

3. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x$

a) Să se calculeze $\int_1^2 f\left(\frac{1}{x}\right) dx$

b) Să se calculeze $\int_{e^{-1}}^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx$.

Soluție: a) calculul integralei.....3p

b) calculul integralei.....4p